

Matemáticas y su Enseñanza II

Programa y materiales de apoyo para el estudio

Licenciatura en Educación Primaria
Tercer semestre

Programa para la Transformación
y el Fortalecimiento Académicos
de las Escuelas Normales

México, 2002

Matemáticas y su Enseñanza II. Programa y materiales de apoyo para el estudio. Licenciatura en Educación Primaria. 3^{er} semestre fue elaborado por el personal académico de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la Secretaría de Educación Pública.

La SEP agradece la participación de los profesores de las escuelas normales en el diseño del programa y en la selección de los materiales.

Coordinación editorial

Esteban Manteca Aguirre

Corrección

Sergio Peña

Diseño

Dirección Editorial de la DGMyme, SEP

Formación

Tipos Móviles S. A., de C. V.

Primera edición, 1998

Segunda edición, 1999

Tercera edición, 2000

Primera reimpresión, 2001

Segunda reimpresión, 2002

D.R. © Secretaría de Educación Pública, 1998

Argentina 28

Centro, C. P. 06020

México, D. F.

ISBN 970-18-4392-4

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Índice

| | |
|---|----|
| Presentación | 5 |
| Matemáticas y su Enseñanza II | |
| Programa | |
| Introducción | 9 |
| Organización de los contenidos | 10 |
| Propósitos generales | 16 |
| Organización por bloques | 16 |
| Bloque I. La medición | 16 |
| Bloque II. Los números racionales | 18 |
| Bloque III. Procesos de cambio | 21 |
| Bloque IV. Tratamiento de la información, predicción y azar | 23 |
| Materiales de apoyo para el estudio | |
| Bloque III. Procesos de cambio | |
| De una lectura del error a una interpretación de los saberes de los niños <i>Edda Norma Jiménez de la Rosa y Barrios</i> | 29 |
| Anexo I | 36 |

Presentación

Este documento contiene el programa correspondiente a la asignatura Matemáticas y su Enseñanza II, que se cursa en el tercer semestre de la Licenciatura en Educación Primaria, conforme al Plan de Estudios 1997. Incluye también materiales de apoyo para el estudio, que son textos citados en la bibliografía básica del programa, pero que no se encuentran en la biblioteca escolar por ser de difícil adquisición.

La distribución de este documento es gratuita para todos los maestros que imparten la asignatura y a los alumnos que la cursan, con la finalidad de ofrecer recursos académicos indispensables para el logro de los propósitos formativos que se plantean.

Para los maestros será de gran utilidad en la planeación del curso porque les permitirá distribuir y organizar los contenidos de acuerdo con el tiempo disponible en el semestre, así como seleccionar la bibliografía correspondiente tomando en cuenta su relación con los temas de estudio. Por otra parte, es una base sobre la cual pueden tomarse acuerdos de trabajo colegiado que apoyen el desempeño de los estudiantes al encontrar los vínculos entre las distintas asignaturas que cursan.

A los alumnos, una revisión previa del programa les permitirá tener una visión global de los propósitos del curso y de los temas que abordarán, así como prever los diversos materiales de apoyo que requerirán a lo largo del semestre. De esta manera estarán en mejores condiciones para aprovechar los materiales de estudio con los que cuentan.

La Secretaría de Educación Pública agradecerá, a los directivos, docentes y estudiantes de las escuelas normales, que envíen sus puntos de vista acerca de este programa y de los materiales de apoyo que se ofrecen, así como los resultados de sus experiencias al aplicarlo. Lo anterior permitirá establecer un sistema eficaz que apoye el seguimiento, evaluación y mejoramiento de las propuestas curriculares del Plan de Estudios 1997.

Secretaría de Educación Pública

Matemáticas y su Enseñanza II

Horas/semana: 6 Clave: 32 Créditos: 10.5

Introducción

En el curso Matemáticas y su Enseñanza I, los estudiantes se iniciaron en el análisis de los contenidos matemáticos de la educación primaria y de los rasgos que caracterizan el enfoque para su enseñanza, así como de los procesos que siguen los niños para comprender el significado de esos contenidos a lo largo de los seis grados de este nivel educativo.

Por medio de las experiencias de aprendizaje, los estudiantes analizaron los libros de texto gratuitos, los libros para el maestro y otros materiales bibliográficos, de audio y video cuya finalidad es ofrecer orientaciones a los maestros para lograr que el aprendizaje de los niños sea duradero y tenga sentido.

El curso Matemáticas y su Enseñanza II es continuación del que se ha descrito. En él se estudian, bajo el mismo enfoque, contenidos de medición, números racionales, procesos de cambio y tratamiento de la información y el azar, con los cuales se logra abordar los seis ejes temáticos en los que se organiza el curso de matemáticas en la educación primaria.

Con este curso se pretende que los futuros maestros adquieran una visión amplia de las habilidades y los conocimientos básicos que los niños han de lograr; de las habilidades y competencias didácticas que demanda al maestro la enseñanza con el enfoque propuesto, y una actitud abierta para reconocer que el trabajo frente a grupo plantea la necesidad del estudio permanente por parte del maestro para lograr el dominio de los contenidos que va a enseñar.

Por estas razones, durante el curso Matemáticas y su Enseñanza II los estudiantes realizan diversas actividades que guardan relación entre el aprendizaje y la consolidación de conocimientos propios de la disciplina, las estrategias y situaciones didácticas para su enseñanza y el uso de los recursos educativos que existen en la escuela. Estos elementos se integran en las experiencias de trabajo en el aula de la escuela primaria, mediante actividades que en este semestre se desarrollan de manera más sistemática con grupos de distintos grados.

El hecho de que éste sea el último de la asignatura dentro del plan de estudios no significa que en este semestre los alumnos normalistas concluyan su proceso de aprendizaje de las matemáticas y su didáctica, ya que conforme avancen en su formación docente continuarán el desarrollo de este tipo de actividades durante las estancias en la escuela primaria.

En los temas que se abordan en cada bloque de este curso pueden distinguirse dos tipos de contenidos: aquellos orientados al estudio de las matemáticas bajo el enfoque

didáctico que se propone y los que favorecen el análisis de los contenidos que se estudian en la escuela primaria, así como de los procesos que siguen los niños en su aprendizaje.

Para el análisis de ambos tipos de contenidos, los estudiantes contarán con un material básico que es el paquete didáctico *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*, partes 1 y 2, al que se hace referencia en la mayoría de los temas. Este material de estudio se distribuye en forma gratuita a los estudiantes de las escuelas normales. Los textos que no forman parte del paquete didáctico, y cuyo análisis es necesario, se incluyen en este cuaderno como materiales de apoyo para el estudio; otros textos, así como audios y videos, pueden consultarse en la biblioteca de la escuela normal.

Organización de los contenidos

El programa está dividido en cuatro bloques. En el primero se estudian los aspectos centrales de la medición de diversas magnitudes. El segundo se refiere a los números racionales, fundamentalmente a sus diferentes interpretaciones. En el tercer bloque se analizan los procesos de cambio de las magnitudes que son directa o inversamente proporcionales, y en el cuarto bloque los aspectos básicos sobre el tratamiento de la información, la predicción y el azar, tales como la interpretación de tablas y gráficas, las medidas de tendencia central, las nociones clásica y frecuencial de la probabilidad, etcétera.

Cada bloque del programa inicia con una información introductoria sobre los contenidos que ahí se tratan. Enseguida aparecen los propósitos particulares que se pretende lograr y posteriormente los temas de estudio. Con el fin de facilitar la organización del trabajo de los profesores que impartirán el curso y de favorecer el trabajo autónomo de los estudiantes, cada tema se acompaña con referencias específicas para localizar las actividades o lecturas que se sugiere realizar. Finalmente se anotan la bibliografía básica, la bibliografía complementaria con la que se puede profundizar en algunos de los temas estudiados, así como los materiales educativos de matemáticas para la educación primaria, que necesariamente deberán de ser analizados.

Aspectos de matemáticas y de didáctica

En los primeros temas de cada bloque se estudia el conocimiento matemático desde el punto de vista de sus significados en situaciones problema y de sus relaciones con otros conceptos.¹ Se inicia también el análisis de situaciones didácticas relativas al conocimiento de que se trate.

Las situaciones didácticas que se utilizan para el desarrollo de esta parte implican principalmente la resolución de problemas adecuados al nivel de los estudiantes normalistas, así como el análisis colectivo de las soluciones y procedimientos que proponen.

¹ Para algunos conceptos se propone además una breve revisión histórica.

En algunos bloques se incluye un tema de *profundización*, en el que se abordan problemas de aritmética que propician la utilización y la comprensión de las nociones básicas del álgebra. En los programas actuales de la educación secundaria este aspecto se conoce como preálgebra.

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria

En estos temas se revisa la secuencia que sigue el desarrollo de un contenido a lo largo de un grado, de varios grados o de toda la primaria, con base en los programas de estudio y materiales de apoyo para los niños y el maestro. Asimismo, se continúa el análisis de situaciones didácticas, esta vez centrando la atención en las situaciones de aprendizaje diseñadas para los niños.

Durante el desarrollo del curso deberá haber numerosas oportunidades en las que los estudiantes busquen, analicen, adapten y discutan situaciones adecuadas para el estudio de los contenidos curriculares. En esta parte se pueden revisar también algunos aspectos relativos a la evaluación. Teniendo en cuenta los propósitos señalados en los programas de cada grado, es posible explicitar lo que se espera de los alumnos en términos de saber y saber hacer. Con base en las sugerencias sobre evaluación que aparecen en los libros para el maestro, se pueden utilizar diversos instrumentos (observación, producciones de los alumnos, pruebas, etcétera) para averiguar las características de esos saberes.

Para el estudio de algunos contenidos se revisan reportes de investigación (artículos o partes de un libro) que dan cuenta de los procesos de aprendizaje de los niños.

Los temas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria se abordan a partir de las siguientes actividades:

- Revisión del desarrollo de un contenido a lo largo de uno o varios grados.
- Análisis de situaciones didácticas.²
- Análisis de producciones de alumnos.
- Observación y análisis de clases de matemáticas.
- Lectura de textos especializados.

La observación y la práctica

En el curso anterior, los estudiantes realizaron con los alumnos de primaria actividades sencillas a fin de empezar a familiarizarse con el trabajo de enseñanza de las matemáticas. En este semestre se pretende fortalecer sus experiencias y el desarrollo de las competencias didácticas destinando mayor tiempo a las estancias en la escuela primaria para realizar actividades más sistemáticas con los contenidos de aprendizaje. Durante las dos

² Se intentará vincular este eje de análisis con las observaciones de clases que los estudiantes hayan realizado durante el semestre anterior, así como con las prácticas de los semestres siguientes.

semanas que prevé el curso de Observación y Práctica Docente I, los estudiantes desarrollan los planes de clase que preparan en las distintas asignaturas que cursan. Las actividades de enseñanza se preparan con base en los contenidos que se elijan para el desarrollo de una secuencia de clases, lo que significa un mayor nivel de complejidad en la elaboración y la aplicación de los planes de clase.

Es importante señalar que la planeación de la observación de clase y de la práctica con los contenidos matemáticos en la escuela primaria, así como el análisis de las experiencias que vivan los estudiantes, son responsabilidad de los profesores del curso de Matemáticas y su Enseñanza, pero es necesario que se establezca una comunicación estrecha con los profesores de Observación y Práctica Docente I para tomar los acuerdos necesarios y preparar, de manera coordinada, las jornadas de trabajo en la escuela primaria.

Para hacer la observación de la clase de matemáticas es necesario elaborar una guía sencilla que contenga los puntos fundamentales en que los estudiantes centrarán la atención, para lo cual pueden retomarse los que se proponen en el programa Matemáticas y su Enseñanza I (p. 14) u otros que el profesor y los estudiantes establezcan en relación con los temas de la asignatura y el enfoque de enseñanza.

Cuando se observe a los maestros de grupo, los estudiantes deberán hacer un registro cuidadoso tanto de las participaciones del profesor como de los niños. Si es posible pueden recogerse algunas hojas de trabajo de los alumnos para analizarlas posteriormente en la clase de Matemáticas y su Enseñanza.

Conviene que la selección de los temas o contenidos que se aplicarán en la práctica con los niños se haga con base en aquellos que los estudiantes normalistas ya han analizado en el curso, para favorecer la preparación adecuada y el dominio de los contenidos a enseñar.

Las situaciones o secuencias de actividades didácticas pueden tomarse de los libros de texto gratuitos, o de los ficheros de actividades según el grado en que se realice la observación y la práctica, o bien diseñarse por los propios estudiantes, cuidando siempre la congruencia con el enfoque.

Un análisis previo de estas actividades, en el que los estudiantes reflexionen y supongan lo que los niños harán al trabajar con ellas y las posibles dificultades que enfrentarán en relación con los contenidos, será muy útil para prever posibles estrategias a seguir en el momento de la práctica.

Con estos elementos básicos podrá elaborarse un plan de clase que los estudiantes utilizarán como guión. Se recomienda que el plan contenga solamente información útil y necesaria, a la que se pueda recurrir durante el desarrollo de la sesión. A continuación se muestra un ejemplo de lo que puede ser un plan de clase con las características mencionadas.

Plan de clase

Nombre de la escuela: Leona Vicario

Fecha: 22/10/1998.

Nombre del profesor: Julio Zamora

Grado: 4°

Propósito: Que los alumnos identifiquen puntos de una recta utilizando fracciones decimales.

Actividad: Organizados en equipos, los alumnos resolverán la lección 7 del bloque III, en el libro de texto gratuito *Matemáticas, cuarto grado*.

Observaciones: La actividad resultó interesante porque los niños se apoyaron entre sí para encontrar resultados. Además, ellos mismos descubrieron algunos errores y los corrigieron. En el punto 4 tuvieron la posibilidad de encontrar dos resultados y de argumentar por qué son válidos. En los puntos 3 y 4 de la lección hubo resultados diferentes; esta situación se aprovechó para invitar a los alumnos a explicar sus procedimientos y a descubrir errores.

Como puede notarse, el plan de clase que se sugiere es un instrumento ágil, que no requiere mucho tiempo para su elaboración, y muy útil por varias razones:

- Contiene el registro preciso de las actividades que se van a realizar. Cuando no se trata de una actividad seleccionada de los materiales de apoyo, es necesario describir las actividades que se van a plantear o anotar los problemas que se quiere proponer. En ciertos casos conviene registrar textualmente las indicaciones que se dan a los alumnos, con el fin de evitar imprecisiones o términos que puedan inducir la resolución del problema.
- En los propósitos se tienen presentes los recursos que se espera sean utilizados por los niños para resolver los problemas.
- En la parte de observaciones el estudiante describe brevemente, después de la sesión, qué tan interesantes resultaron las actividades y por qué, con lo cual se tiene una evaluación de las mismas y la posibilidad de mejorarlas.

Posteriormente a las estancias en la primaria, los estudiantes analizan el registro de observación con base en los supuestos del análisis previo. Si no sucedió lo previsto, que es el caso más frecuente, se analiza lo que pasó en realidad y se elaboran explicaciones al respecto. En particular, destacan cuál fue su papel como profesores en los distintos momentos de la clase y mediante qué procedimientos los niños resolvieron la tarea. Después presentan su análisis al grupo.

Si el profesor titular del curso Matemáticas y su Enseñanza considera conveniente un trabajo colectivo en el que pequeños grupos de estudiantes normalistas realicen la observación de su propia práctica, para después analizarla entre ellos, se puede proceder así:

Un integrante del equipo asume la conducción de la clase, mientras los demás elaboran –cada quien– un registro detallado de la sesión. Estos registros de observación pueden contrastarse durante el análisis de las experiencias. Tanto si la situación fue diseñada

como si fue seleccionada de algún material de apoyo, debe realizarse un análisis previo de la situación, en el que se especifique lo que se desea propiciar, lo que se prevé que puede suceder y las decisiones que puede tomar el estudiante en función de las respuestas que den los niños.

Otras posibilidades que no implican realizar una actividad con un grupo de alumnos en la escuela primaria son:

- Analizar una clase a partir de un registro previamente elaborado, o a partir de un video o de un audio.
- Aplicar determinados problemas a algunos niños y estudiar sus respuestas y procedimientos de solución.

Enfoque

Cuando se hace referencia al enfoque didáctico sobre la enseñanza, el estudio y el aprendizaje de las matemáticas, se involucran varios aspectos. Sin la pretensión de agotarlos en este espacio, comentaremos algunos de ellos: el papel del maestro y las actividades de estudio; el papel del alumno y la organización del trabajo; el conocimiento funcional y los procesos constructivos de conocer.

El papel del maestro. En el enfoque actual se concede mucha importancia al trabajo de planeación que los maestros realizan antes de la clase. Se sugiere que el profesor analice las actividades que va a proponer a los alumnos, que intente prever los recursos y procedimientos que utilizarán los estudiantes al resolver las tareas, así como las dificultades que puedan encontrar. En el momento de la clase, el maestro deja los problemas en manos de los alumnos, observa el trabajo que realizan y propicia la confrontación de sus ideas con el propósito de que avancen en sus conocimientos.

Las actividades de estudio. Las actividades que se sugieren en este programa han sido diseñadas considerando las características y necesidades propias de sus destinatarios y se ofrecen a los profesores como material de apoyo. Su elaboración implica, en términos generales, tomar en cuenta los contenidos de los programas y los conocimientos previos de los alumnos, así como propiciar el uso de dichos conocimientos y lograr que evolucionen para que sean cada vez más eficaces. Por estas razones se recomienda realizarlas y analizar sus resultados.

El papel de los alumnos. Se trata de lograr que los estudiantes asuman la responsabilidad de buscar diferentes alternativas de solución ante los problemas que se les presentan y también que se responsabilicen de las soluciones que encuentran, validándolas ante sí mismos y ante los demás compañeros.

La organización del trabajo. La teoría didáctica y la experiencia de muchos docentes señalan que aunque el acto de conocer es un hecho individual, el estudio de las matemáticas en el aula rinde mejores frutos por medio del trabajo en pequeños grupos. El intercambio de ideas que se produce cuando los alumnos tienen la posibilidad de poner en juego sus propios recursos, sin lugar a dudas es mucho más formativo que el estilo

docente donde el maestro explica y los alumnos escuchan para tratar de comprender. Por supuesto que hay casos en los que es necesario trabajar individualmente, en parejas o en forma colectiva, pero esto no es lo más común.

El conocimiento funcional. El enfoque didáctico actual sugiere que los conocimientos que adquieran los alumnos les sirvan para resolver problemas cada vez más complejos y que además planteen nuevos problemas. Este propósito deja de lado el estilo de conocer que apela fundamentalmente a la memoria.

Los procesos constructivos de conocer. Para lograr un conocimiento funcional que se traduzca en un saber o un saber hacer es necesario desarrollar procesos que en general se inician con el uso de los conocimientos previos, muchas veces informales, y que poco a poco alcanzan el rango de conocimiento social institucionalizado. Se conoce modificando o desechando ideas que se tienen, mediante procesos que pueden abarcar mucho más que una sesión de clase.

Enseñar, estudiar y aprender son tres aspectos que confluyen en el proceso didáctico pero no necesariamente son causa-efecto. La tarea principal del maestro que imparta este curso consiste en ayudar a los alumnos a estudiar matemáticas tomando en cuenta los criterios que se han señalado líneas arriba. Si esa ayuda es adecuada, los alumnos construyen ciertos saberes, pero también el maestro aprende del trabajo diario. Por ejemplo, cada vez cuenta con más elementos para analizar las actividades, entender los razonamientos de los alumnos y plantear preguntas que susciten la reflexión. Por supuesto que en algunos casos tiene que explicar de manera directa, con el fin de aclarar o ampliar las ideas o procedimientos de los estudiantes.

Evaluación

La evaluación de los aprendizajes de los estudiantes, a lo largo de este curso, debe considerar por igual los dos tipos de contenidos que conforman cada bloque, los contenidos de matemáticas y los aspectos relativos a su enseñanza, estudio y aprendizaje en la primaria. Para llevar a cabo la evaluación, se proponen los aspectos siguientes:

1. Respecto a los contenidos de matemáticas, se espera que los estudiantes puedan utilizarlos en la resolución de ciertos problemas, sean capaces de definirlos y de expresar explícitamente sus propiedades. Es importante, además, que los estudiantes puedan determinar distintos tipos de problemas relativos a la noción matemática de que se trate y los significados que están asociados a esos problemas.

2. En relación con la enseñanza, el estudio y el aprendizaje en la primaria, los estudiantes contarán con elementos para dar ejemplos variados de situaciones didácticas relativas a cada noción, destacando las variables que permiten hacerlas complejas o simples, e indicando el nivel escolar para el cual son apropiadas. Podrán anticipar algunos de los procedimientos posibles de los alumnos de primaria frente a esas situaciones, así como errores probables.

3. Los estudiantes sabrán localizar la información relativa a los propósitos de la enseñanza de las matemáticas por grado, a los aspectos de un contenido que se desarrollan a lo largo de un grado o de toda la primaria, a las actividades que se proponen para ese contenido. Es decir, sabrán consultar los materiales para la enseñanza y el estudio de las matemáticas que proporciona la Secretaría de Educación Pública. El desarrollo de estas habilidades tiene como antecedente el curso Propósitos y Contenidos de la Educación Primaria que se estudia en el primer semestre.

4. Es conveniente que se insista en que los estudiantes sepan identificar y seleccionar la bibliografía mínima que puede apoyarlos en su práctica docente (revistas especializadas, libros, bibliotecas especializadas y demás). También en este caso hay un trabajo previo en los cursos Estrategias para el Estudio y la Comunicación.

Propósitos generales

Con este curso se pretende que los estudiantes normalistas:

- Adquieran el dominio de los contenidos matemáticos fundamentales de la educación primaria, así como de los vínculos con los contenidos de la escuela secundaria, a partir de los problemas y de los contextos en los que cobran significado.
- Conozcan algunas características relevantes de distintos enfoques didácticos para la enseñanza, el estudio y el aprendizaje de las matemáticas. En particular las que destacan la construcción de conocimientos mediante la resolución de problemas.
- Conozcan y apliquen aspectos de didáctica de las matemáticas para analizar situaciones de estudio de los distintos temas considerados en los currículos, en particular las propuestas didácticas contenidas en los materiales que la SEP ha puesto a disposición de los maestros.
- Conozcan la evolución de ciertas nociones matemáticas en los niños al interpretar los procedimientos que usan para resolver problemas.
- Adquieran los conocimientos necesarios para planear y conducir adecuadamente las actividades en un grupo escolar.

Organización por bloques

Bloque I. La medición

(28 horas, aproximadamente)

La medición es un tema en el que se integran distintos aspectos de matemáticas del currículo de la educación primaria. Numerosos problemas que dan lugar a la utilización de herramientas aritméticas y geométricas son de medición. Conceptos como el de razón, fracción, proporción se relacionan estrechamente con esta noción. Asimismo, la medición constituye un puente entre las matemáticas y otras disciplinas.

En este bloque se estudian formas de medir distintas magnitudes continuas, así como el desarrollo de procedimientos de medición, desde la comparación directa hasta la construcción de fórmulas. Se introducen también problemas que llevan a considerar medidas fraccionarias expresadas con fracciones o con decimales. El análisis de algunos aspectos de estas situaciones se retoma en las unidades sobre números racionales y sobre procesos de cambio.

Se aborda asimismo, en forma elemental, el problema de los errores de medición, cuya importancia en la educación primaria se debe a que surgen frecuentemente en situaciones didácticas que apelan a mediciones reales.

Propósitos

Por medio del estudio de los contenidos y la realización de las actividades propuestas se espera que los estudiantes:

1. Analicen la noción de medición como una comparación entre dos magnitudes del mismo tipo y conozcan distintos procedimientos para comparar y medir magnitudes, desde los recursos informales hasta el uso de fórmulas.
2. Conozcan los sistemas de medida usuales en un oficio, en una región, en el país, en todo el mundo.
3. Identifiquen los errores que se cometen en la medición y sus posibles causas.
4. Conozcan a grandes rasgos cómo se desarrolla el estudio de la medición en la escuela primaria.

Temas

- De la comparación directa a los sistemas de medidas.
(Paquete didáctico. Primera parte, pp. 204-207.)
(Paquete didáctico. Lecturas, pp. 147-158.)
- Medición de magnitudes diversas: longitud, superficie, capacidad, volumen, ángulos, peso, tiempo. Sistemas de medición.
(Paquete didáctico. Primera parte, pp. 211-234, 243-258 y 261-270.)
- El margen de error en la medición.
(*Libro para el maestro. Física. Educación secundaria*, pp. 69-75.)
- Procesos de construcción de fórmulas.
(Paquete didáctico. Primera parte, pp. 235-240.)
- Los contenidos de medición a lo largo de la escuela primaria.
(Paquete didáctico. Primera parte, pp. 208-210 y 240-242.)
- Situaciones didácticas relacionadas con la medición.
(Paquete didáctico. Primera parte, pp. 258-260.)
(Labinowicz, E. [1987], pp. 122-145.)
- Sesión de observación y práctica.
(Paquete didáctico. Primera parte, p. 210.)

Bibliografía básica

- Block, S., David [coord.] (1997), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Primera parte, México, SEP.
- Chamizo, J. A. et al. (1997), *Libro para el maestro. Física. Educación secundaria*, México, SEP.
- Labinowicz, E. (1987), *Introducción a Piaget. Pensamiento. Aprendizaje. Enseñanza*, Wilmington, Delaware, EUA, Addison-Wesley Iberoamericana.
- Saiz, I. e I. Fuenlabrada (1995), “Introducción al curso ‘Sistemas decimales de medición’”, en David S. Block (coord.), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas*, México, SEP.

Bibliografía complementaria

- Kula, Witold (1980), “El hombre, medida de todas las cosas (medidas antropométricas)”, en *Las medidas y los hombres*, México, Siglo XXI.
- Ursini, S. (1996), “Experiencias pre-algebraicas”, en *Educación matemática*, vol. 8, núm. 2, México, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 33-40.

Materiales de trabajo

- SEP (1995), “El papel de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas”, en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocinta núm. I (Programa Nacional de Actualización Permanente).
- (1996), “Enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas”, videocinta de la serie *Entre maestros*, México.
- (1997), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas, primero, tercero y quinto grados, México.
- (1997), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.
- (1995), “Las matemáticas en la educación básica”, en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocinta núm. I (Programa Nacional de Actualización Permanente).
- (1997), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, primero, tercero y quinto grados, México.
- (1997), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.

Bloque II. Los números racionales

(34 horas, aproximadamente)

A diferencia de lo que sucede con otros contenidos de aritmética de los programas de la educación primaria, las fracciones se utilizan menos en la vida cotidiana y, en consecuencia, los niños tienen muy pocos conocimientos previos cuando inician este tema en la escuela.

Lo anterior, aunado a la tendencia de introducir prematuramente el lenguaje simbólico de las fracciones, tiene como consecuencia que los niños no logren apropiarse de los significados de esta noción.

Así, para muchos niños, las fracciones no son más que pares de números naturales sin relación entre sí, puestos uno arriba del otro. Consideran, por ejemplo, que una fracción

formada con números mayores que los de otra, es necesariamente la mayor. Para sumarlas, suman los numeradores y los denominadores. Cuando se trata de representarlas gráficamente, suelen tener en cuenta únicamente el numerador o el denominador.

Por esta razón, el trabajo de *contextualizar* las fracciones es uno de los retos que plantea el estudio de esta noción. Es necesario diseñar situaciones en las que las fracciones, sus relaciones y operaciones cobren sentido como herramientas útiles para resolver determinados problemas.

El análisis de las situaciones en las que se utilizan las fracciones lleva a identificar distintos significados de esta noción: las fracciones pueden expresar una cantidad que se forma dividiendo un *todo* en partes iguales y tomando cierto número de partes (“compré $\frac{3}{4}$ de metro de listón”), pueden expresar una razón entre dos cantidades (el precio actual de la canasta básica es una vez y media el anterior), pueden expresar el resultado de una división (el resultado de dividir 3 entre 5 es $\frac{3}{5}$) pueden, finalmente, expresar una transformación multiplicativa (el número que multiplicado por 3 da como resultado 5, es $\frac{5}{3}$).

Cada uno de estos significados es propicio para abordar ciertos aspectos de la fracción, por ejemplo, las situaciones en las que la fracción expresa una cantidad son adecuadas para abordar la suma de fracciones mas no la multiplicación de una fracción por otra. En cambio, las situaciones en las que la fracción indica una transformación multiplicativa, son adecuadas para abordar la multiplicación, pero no la suma.

La comprensión del sentido de los números racionales implica la construcción de esta diversidad de significados. Éste es el recorrido que se realiza a lo largo de este bloque.

Propósitos

1. Conozcan los diferentes significados que puede tener una fracción y los problemas que se generan con ellos.
2. Utilicen adecuadamente las fracciones y los números decimales, al comunicar o interpretar cantidades o al operar con ellos.
3. Reflexionen sobre la estructura algebraica de los números racionales.
4. Conozcan los aspectos relativos a las fracciones y los decimales que se estudian en cada grado de la escuela primaria.
5. Conozcan, prevean y comprendan algunos errores frecuentes que cometen los niños al trabajar con las fracciones.

Temas

- Las fracciones como expresiones de una cantidad y como medidas. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 18-27 y 31-52.)
- Los decimales como expresiones de medidas. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 55-59 y 63-67.)

- Las fracciones como resultado de una división.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 87-96.)
(Paquete didáctico. Lecturas, pp. 177-191.)
- Fracciones y decimales como operadores multiplicativos.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 68-83.)
- Los contenidos de fracciones y decimales a lo largo de la escuela primaria.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 27-29, 52-54, 60-62 y 84-86.)
- Dificultades, procesos y errores frecuentes; noción de obstáculo epistemológico.
(Paquete didáctico. Segunda parte, p. 30.)
(Paquete didáctico. Lecturas, pp. 159-175.)
- Análisis de situaciones didácticas. Conocimientos implícitos y explícitos.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 96-97.)
- Sesión de observación y práctica.
(Diseño de plan de clase, experimentación y análisis.)

Bibliografía básica

- Block, S., David [coord.] (1997), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Segunda parte, México, SEP.
- (1997), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*, México, SEP.

Bibliografía complementaria

- Centeno, J. (1988), *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?*, Madrid, Síntesis (Matemáticas, cultura y aprendizaje, 5).
- Linares, S. y V. Sánchez (1988), *Fracciones*, Madrid, Síntesis (Matemáticas, cultura y aprendizaje).
- Mancera, E. (1992), “Significados y significantes relativos a las fracciones”, en *Educación matemática*, vol. 4, núm. 2, México, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 30-54.
- Waldegg, G. (1996), “Sobre el origen y el significado de los números decimales”, en *Básica. Revista de la Escuela y del Maestro*, vol. 3, núm. 11, mayo-junio, México, pp. 54-60.

Materiales de trabajo

- SEP (1996), “El juego en el aprendizaje de las matemáticas”, videocinta de la serie *Entre maestros*, México.
- (1995), “El papel de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas”, en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocinta 1 núm. 1 (Programa Nacional de Actualización Permanente).
- (1996), “Enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas”, videocinta de la serie *Entre maestros*, México.
- (1993), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas, primero, tercero y quinto grados, México.
- (1994), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.

- (1995), “Las fracciones”, en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocinta núm. 3 (Programa Nacional de Actualización Permanente).
- (1993), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, primero, tercero y quinto grados, México.
- (1994), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.

Bloque III. Procesos de cambio

(22 horas, aproximadamente)

En numerosas situaciones de la vida cotidiana y de las ciencias se dan fenómenos en los que una magnitud varía en función de otra. En este bloque se analizan algunas de estas situaciones y en particular las relativas a magnitudes proporcionales.

El estudio de la noción de proporcionalidad se inicia en el bloque III del curso anterior, “Las cuatro operaciones básicas con números naturales” y continúa en el bloque II de este curso, “Los números racionales”, en el apartado sobre la multiplicación por una fracción.

En este bloque se estudian explícitamente situaciones sobre magnitudes proporcionales, a la vez que se abordan nociones relacionadas como la de razón, porcentaje, escala. Posteriormente se introduce la noción de función y su representación en el plano cartesiano, y se define la relación de proporcionalidad como una función lineal.

Propósitos

1. Distingan las magnitudes proporcionales de aquellas que no lo son y analicen los procedimientos que se generan en función de las magnitudes o en función de los números que se utilizan.
2. Analicen la pertinencia de usar el valor unitario, la regla de tres u otro procedimiento al resolver problemas de proporcionalidad.
3. Utilicen e interpreten tablas de dos columnas y gráficas relacionadas con problemas de proporcionalidad.
4. Analicen algunos casos de proporcionalidad inversa y de proporcionalidad múltiple.
5. Conozcan la relación entre la función lineal y las situaciones de proporcionalidad directa.
6. Conozcan el proceso evolutivo del razonamiento de los niños en situaciones de proporcionalidad.
7. Conozcan, de manera general, la forma como las situaciones de proporcionalidad se van haciendo complejas a lo largo de la educación primaria.

Temas

- Magnitudes proporcionales y magnitudes no proporcionales. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 104-106.)

- La variable “magnitudes del mismo tipo-magnitudes distintas” y los procedimientos de solución que se generan (razón interna y razón externa). (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 106-109.)
- La variable “tipo de números” y los procedimientos que se generan. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 116-118.)
- Relación proporcional entre magnitudes de distinto tipo. El caso de las magnitudes derivadas (velocidad, densidad). Cantidades intensivas y cantidades extensivas. (Paquete didáctico. Segunda parte. Problema 3, p. 145.)
- El porcentaje. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 127-137.)
- La proporcionalidad “múltiple”. (Se sugiere que los estudiantes identifiquen problemas de proporcionalidad múltiple en otros textos.) (Véase el anexo I del Bloque III, p. 36.)
- La proporcionalidad inversa. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 138-140.)
- Los contenidos de procesos de cambio a lo largo de la escuela primaria. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 141-143.)
- El desarrollo de la noción de proporcionalidad en los niños. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 118-124.) (Jiménez, E. (1996), pp. 92-96.)
- Sesión de observación y práctica. (Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 124-126.)

Bibliografía básica

- Block, S., David [coord.] (1997), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Segunda parte, México, SEP.
- Jiménez, E. (1996), “De una lectura del error a una interpretación de los saberes de los niños”, en *Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, 6-10 de agosto, Puerto Rico, Universidad de Puerto Rico/Universidad Interamericana, pp. 92-96.

Bibliografía complementaria

- Alarcón, J., E. Bonilla, R. Nava, T. Rojano y R. Quintero (1997), “Presentación y tratamiento de la información”, en SEP (ed.), *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, México, pp. 107-125.
- Vergnaud, G. (1991), “Los problemas de tipo multiplicativo”, en *El niño, las matemáticas y la realidad*, México, Trillas.

Materiales de trabajo

- SEP (1995), “El papel de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas”, en la serie *El conocimiento en la escuela*, audiocinta núm. 1 (Programa Nacional de Actualización Permanente), México.
- (1996), “Enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas”, videocinta de la serie *Entre maestros*, México.
- (1997), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas primero, tercero y quinto grados, México.
- (1997), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas segundo, cuarto y sexto grados, México.
- (1997), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, primero, tercero y quinto grados, México.
- (1997), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.
- (1995), “Procesos de cambio: variación proporcional y no proporcional”, en la serie *El conocimiento en la escuela*, audiocinta núm. 4 (Programa Nacional de Actualización Permanente), México.

Bloque IV. Tratamiento de la información, predicción y azar

(24 horas, aproximadamente)

Interpretar, seleccionar y organizar información son tareas a las que nos enfrentamos con frecuencia tanto en la vida cotidiana (al leer el periódico, un recibo de luz, una tabla de tarifas en una línea de autobuses), como en la vida profesional.

Tanto en el tratamiento de la información como en la predicción y el azar, el trabajo en clase deberá propiciar, en todo momento, la observación, el registro, el análisis y el tratamiento estadístico de los datos que se obtienen o de los resultados de juegos y experimentos de azar, así como la solución intuitiva de problemas de probabilidad, buscando integrar los distintos contenidos del bloque y evitando, al mismo tiempo, caer en precisiones teóricas innecesarias, o insistir en el aprendizaje memorístico de un vocabulario superfluo.

Como en todos los bloques de este curso, es muy importante que el estudiante distinga entre las actividades que se proponen para que él estudie y las que podrán tratarse con los alumnos de educación primaria.

Propósitos

1. Identifiquen en diversos medios (periódicos, revistas especializadas) la utilización de razones para el tratamiento de la información como son los porcentajes, las tasas, los índices de uso frecuente.

2. Conozcan las aplicaciones y limitaciones de las medidas de tendencia central.

3. Analicen las oportunidades de ganar en situaciones de probabilidad (volados, lanzamiento de dados, ruletas, rifas, extracciones de una urna, etcétera).

4. Describan los posibles desarrollos de juegos y experimentos aleatorios mediante el uso de diagramas de árbol y otras representaciones intuitivas.

5. Conozcan, de manera general, los contenidos correspondientes a “Tratamiento de la información y predicción y azar”, así como su relación con otros temas de matemáticas o de otras asignaturas de la educación primaria.

Temas

- Formas usuales de tratamiento de la información.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 152-153.)
(*Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, pp. 305-332.)
- Uso de porcentajes y otros tipos de razones en el tratamiento de la información.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 154-155.)
(*Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, pp. 333-341.)
- El promedio (*media aritmética*), la moda y la mediana.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 156-157.)
(*Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, pp. 341-351.)
- Los contenidos del eje Tratamiento de la información a lo largo de la escuela primaria.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 157-159.)
- Observación, registro y tratamiento estadístico de los resultados de juegos o experimentos de azar; primeros ejemplos sencillos de simulación.
(*Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, pp. 363-375.)
- La noción frecuencial de la probabilidad y sus aplicaciones a la solución de problemas diversos. La noción de muestra. La proyección a toda una población de los resultados observados en una muestra.
(*Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, pp. 388-391.)
- La fórmula clásica de la probabilidad y sus aplicaciones.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 166-167.)
- Diagramas y representaciones intuitivas para la enumeración de casos posibles en el análisis de juegos y experimentos de azar. Aplicaciones de la regla del producto de probabilidades.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 168-174.)
- Tratamiento estadístico de los resultados obtenidos en problemas de probabilidad por simulación.
(*Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, pp. 391-394.)
- Los datos bivariados y su presentación por medio de una tabla de contingencia; uso de los datos y de la tabla para estimar diversas probabilidades.
(Véase el anexo I, pp. 36 y 37.)
- Los contenidos del eje Predicción y azar en la escuela primaria.
(Paquete didáctico. Segunda parte, pp. 164-166.)
(Díaz Godino et al. (1996), pp. 36-46.)
- Sesión de práctica.
(Elaboración de un plan de clase, análisis y experimentación.)

Bibliografía básica

- Alarcón, J., E. Bonilla, R. Nava, T. Rojano y R. Quintero (1997), “Presentación y tratamiento de la información”, en SEP (ed.) *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, México.
- Block, S., David [coord.] (1997), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Segunda parte, México, SEP.
- Díaz Godino, J., Ma. C. Batanero y Ma. J. Cañizares (1996), *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*, Madrid, Síntesis (Matemáticas, cultura y aprendizaje, 27).

Bibliografía complementaria

- Alarcón, J., G. Lucio, B. M. Parra, J. J. Rivaud, A. Rojo, C. Sánchez y G. Waldegg (1991), “Unidad VIII. Probabilidad y estadística”, en *Matemáticas 1 para la escuela secundaria*, México, SEP/FCE.
- (1992), “Unidad VIII. Probabilidad y estadística”, en *Matemáticas 2 para la escuela secundaria*, México, SEP/FCE.
- (1993), “Unidad VIII. Probabilidad y estadística”, en *Matemáticas 3 para la escuela secundaria*, México, SEP/FCE.

Materiales de trabajo

- SEP (1995), “El papel de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas”, en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocinta núm. 1 (Programa Nacional de Actualización Permanente).
- (1996), “Enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas”, videocinta de la serie *Entre maestros*, México.
- (1997), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas, primero, tercero y quinto grados, México.
- (1997), Ficheros de actividades didácticas. Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.
- (1997), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, primero, tercero y quinto grados, México.
- (1997), Libros de texto gratuitos. Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.